

・愛媛大学 正員 大久保 禎二
 埼玉大学 正員 奥村 敏恵
 愛媛大学 学生員 山縣 延樹

1. まえがき 構造物の最適設計法の分野においては、ここ数年来、われわれが通常対象とする大規模でかつ複雑な構造物の最適設計問題を能率的に解くための方法論的研究が重要なテーマの一つとなっている。この問題に際して、著者らはさきに構造部材の Suboptimization および SLP法により最適の材料選択をも含む構造物の最適設計法を提案し、²⁾³⁾ この方法によりトラスおよび鋼I桁橋の最適設計が比較的容易に行えることを示した。しかしこの方法においても、設計変数および制約条件式の数が増加するにたがひ、最適解を求めるために必要とする計算量が増大し、さらに能率的な最適設計法が要求されてくる。そこで本研究では、鋼I桁の最適設計法に関して、文献2)での桁断面の Suboptimization より得られた諸関係図表をデータ・バンクとして利用し、これらの関係曲線および桁の最大曲げモーメント図を用いて桁の最小製作費図を導入し、断面変化位置を変化させることによりこれを図式的に最小化することによって、能率的に最適解を求める方法について研究を行ったものである。

2. 設計変数・制約条件・目的関数 本研究では桁高が全橋長にわたって一定である鋼I桁道路橋を対象とし、その設計変数として桁を構成する各桁要素のすべての断面寸法、断面変化位置および使用鋼種を考慮している。制約条件として「道路橋示方書・同解説」⁴⁾に規定するプレートガーダーの設計に関するすべての設計条件を考慮し、さらに使用鋼板厚に関して、JIS G 3193 (1970年改正)に規定している市販の鋼板より使用鋼板を選択することをも考慮している。また使用鋼種は、SS41, SM50, SM58 の3種類の1つばかりより選択することとした。目的関数としては桁の製作費を考え、「鋼道路橋原価計算表」⁵⁾に基づき、その算定式を次のように仮定し、

$$TCOST (\text{円}) = \sum_{i=1}^{NM} COST_i \times l_i \quad (1)$$

ここに、 $COST_i$: 桁要素 i の単位長さ当りの製作費 (円/cm), l_i : 桁要素 i の長さ (cm), NM : 桁要素数 であり、 $COST_i$ は鋼材費 CM_i , 溶接組立以外の製作加工費 CFE_i , 溶接棒費 CWM_i , 溶接組立費 CWF_i および工場向接費 $CFF_i \times FF$, $CWF_i \times FF$ の和として計算されるものとした。なお上式の詳細については文献4)を参照されたい。

3. 図式解法の概要

④ 作用曲げモーメントより桁要素の最適鋼種、断面二次モーメントおよび鋼種を決定する方法 文献1)でのべたように、桁断面の Suboptimization より得られた各鋼種および桁高の断面二次モーメント (I) - 最大抵抗曲げモーメント (RBM) 関係曲線および I - 最小製作費 (COST) 関係曲線は、それぞれ任意の鋼種および桁高を有する桁断面の断面二次モーメントが I である場合、許容応力度のみならず桁断面の設計において考慮すべきすべての制約条件を満足し、かつ最も経済的な断面が抵抗し得る曲げモーメントの上限および単位長さ当りの最小製作費を表わしている。したがって BM なる曲げモーメントが作用する桁要素の最適な鋼種 M および I は図-1に示すような図式操作により、まず I-RBM 関係曲線より BM に抵抗するために必要とする各鋼種の最適な I を求め、次に I-COST 関係曲線よりそれぞれの I における最小製作費 COST を求め、その大小を比較することにより直接決定することができる。また最適な I

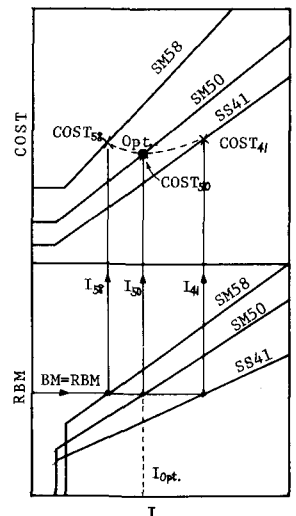


図-1 最適な M および I の決定

* この論文の内容の一部は土木学会論文報告集¹⁾に発表されている。

が決定されれば、桁断面の Suboptimization より得られた I-最適断面寸法 (SDIM) 関係曲線より最適な断面寸法 (X) が直接決定され、X より最適鋼重 (GW) を算定することができる。この操作をすべての桁要素について行うことにより、与えられた桁要素長を有する桁の最小製作費図を作成することができる。(図-2参照)

② 最適断面変化位置の決定方法 断面変化点においてフランジ等の突き合せ溶接費を考慮しない場合、桁の全製作費 TCOST は式(1)より求められ、 $\sum_{i=1}^n COST_i \cdot L_i$ は①の操作で作成した桁の最小製作費図の全面積で表わすことができる。したがって TCOST を最小化する最小値問題は、与えられた桁の最大曲げモーメント図にそって、桁断面の I-RBM, I-COST 関係曲線を利用し、この最小製作費図を最小とするように断面変化位置あるいは桁要素長 l_i を決定する問題に変換することができる。この TCOST の最小値問題は、桁の I および L の変化による桁の状態変数 (BV) の変化 $\frac{\partial BV}{\partial I}$ 或 $\frac{\partial BV}{\partial L}$ を近似的に 0 と仮定することにより、次のようにして図式的に解くことができる。

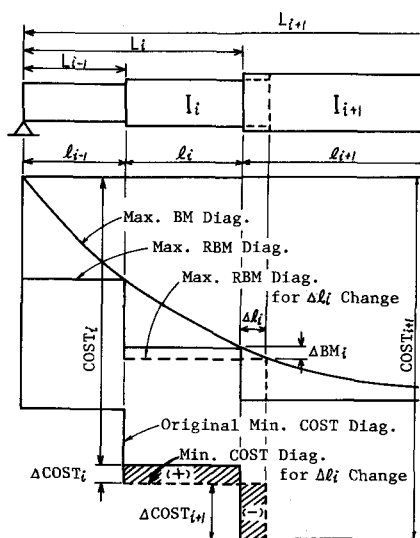


図-2 Δl_i の変化による $\Delta COST_i$ の算定

いま図-2に示す桁要素 i および $i+1$ を考え、桁要素 i の断面変化位置を Δl_i だけ右方に移動させるものとすれば、桁要素 i に作用する曲げモーメントは ΔBM_i だけ増加し、 $BM + \Delta BM_i$ の曲げモーメントに抵抗するため桁要素 i の断面二次モーメントは④でのべた図式操作により $I'_i = I_i + \Delta I_i$ 必要となり、単位長さ当りの桁の製作費も $\Delta COST_i$ だけ増加する。したがって桁要素 i の製作費は

$$\Delta COST_i \cdot (l_i + \Delta l_i) + COST_i \cdot \Delta l_i \quad (2)$$

だけ増加する。一方桁要素 $i+1$ においては桁に作用する最大曲げモーメントに変化がないので製作費は

$$COST_{i+1} \cdot \Delta l_i = (COST_i + \Delta COST_i + \Delta COST_{i+1}) \cdot \Delta l_i \quad (3)$$

ここに $\Delta COST_{i+1} = COST_{i+1} - (COST_i + \Delta COST_i)$

だけ減少する。したがって桁要素 i の断面変化位置を Δl_i だけ右方に変化させたことによる桁の全製作費 (TCOST) の変化量 $\Delta TCOST_i$ は次式より求められる。

$$\Delta TCOST_i = \Delta COST_i \cdot l_i - \Delta COST_{i+1} \cdot \Delta l_i \quad (4)$$

$\Delta TCOST_i$ が負であれば Δl_i の右方への移動により桁の全製作費が減少することとなり、 L_i はさらに右方への改良が期待される。逆に $\Delta TCOST_i$ が正であれば Δl_i を左方へ移動させることにより TCOST の減少が期待できる。このようにして $\Delta TCOST_i$ の減少が 0 となるまで Δl_i の移動を繰り返して、桁要素 i の改良された I'_i, l'_i, M'_i を決定する。上記の操作をすべての桁要素の断面変化点で行い、改良された $I', l' (または L')$ および M' および鋼重 GW' を決定する。このようにして得られた改良解は初期に仮定した I, l, M および GW と異なり、したがって桁の状態変数も変化するので、改良解を初期値として再び桁の解析を行い、最大曲げモーメント図を求め、上記の操作を繰り返して、改良解 I', l', M' が一定値に収束したときこれを最終的な最適解とする。また最適桁高は、上記の方法により各桁高における最適解を求め、その製作費の大きさを比較することにより決定することができる。

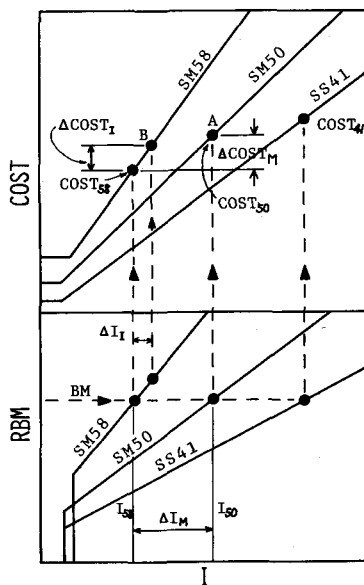


図-3 I および M の改良による I, COST の変化

③ たわみ制限により最適解が決定される場合の図式解法

④②でのべた方法により、曲げモーメントのみを考慮した場合の桁の最適解が決定できるがこの桁の実たわみ量がたわみ制限を満足しない場合には、この解を初期値として最も経済的にたわみ制限を満足するように桁要素のI, MおよびLを改良しなければならぬ。この方法として、① 使用鋼種(M)を許容応力度の一段小さい鋼種に変更し、BM=RBMとなるようにIを増加させる方法。(図-3のA) および ② 各桁要素の鋼種に変化させないで、Iのみ増加させる方法。(図-3のB)の2つの方法が考えられる。そこで解を改良するために、本研究では最も経済的にたわみ制限を満足させる設計変数 X_k を次式より決定し、この改良をくり返し最適解を決定することとした。

$$Z = \frac{\delta_a - \delta}{\partial \delta / \partial X} \cdot \frac{\partial TCOST}{\partial X} \quad (5)$$

ここに、 δ_a : 許容たわみ量、 δ : 桁の実たわみ量であり、設計変数(X)がMの場合、上式の $\partial \delta / \partial M_i$, $\partial TCOST / \partial M_i$ は次式より計算される。

$$\left. \begin{aligned} \partial \delta / \partial M_i &= \delta(M_{i,j-1}) - \delta(M_{i,j}) < 0 \\ \partial TCOST / \partial M_i &= TCOST(M_{i,j-1}) - TCOST(M_{i,j}) \end{aligned} \right\} (6)$$

ここに、 $M_{i,j}$ は、桁要素iの使用鋼種がjであることを示しており、 $M_{i,j-1}$ は $M_{i,j}$ より一段階許容応力度の小さい鋼種を示している。 $\delta(M_{i,j-1})$ および $TCOST(M_{i,j-1})$ は、 $M_{i,j-1}$ を固定し、①、②の図式解法により桁の製作費TCOSTを最小とした桁における実たわみ量および最小製作費を表わしている。また設計変数がIの場合には $\partial \delta / \partial I_i$ および $\partial TCOST / \partial I_i$ は

$$\left. \begin{aligned} \partial \delta / \partial I_i &= \{\delta(I_i + \Delta I_i) - \delta(I_i)\} / \Delta I_i < 0 \\ \partial TCOST / \partial I_i &= \{TCOST(I_i + \Delta I_i) - TCOST(I_i)\} / \Delta I_i \end{aligned} \right\} (7)$$

より計算される。ここに、 $\delta(I_i + \Delta I_i)$, $TCOST(I_i + \Delta I_i)$ は桁要素iの I_i を ΔI_i だけ増加させ、 $I_i + \Delta I_i$ および M_i を固定し、①、②でのべた図式解法よりTCOSTを最小とした桁における実たわみ量および最小製作費を表わしている。上記の①、②、③の方法による桁の図式最適設計法の概括的な流れ図を示すと図-4のごとくなる。

4. 計算例

1) たわみ制限を考慮しない場合 支間長20mの2径間連続桁、橋長90m、側径間と中央径間の比が1:1.20:1である3径間連続桁の本法(GD法)とSLP法による最適解の比較をそれぞれ表-1に示す。2径間連続桁の例では、 L_1 , L_2 がそれぞれ13.4%および17.3%程度異なり、それにしたがい I_1 , I_2 も多少異なるが、その他の設計変数の値はほとんど一致し、TCOSTの差もわずか0.05%となっている。また3径間連続桁についてもI, Lいずれも両方法の結果にほとんど差がなく、Mも完全に一致しTCOSTも0.40%とわずかの差となっている。しかし計算時間はHITAC 8800/8700で、2径間連続桁の場合、SLP法の60~100秒に対し、GD法では3~4秒とSLP法の1/20~1/25、3径間連続桁の場合には、10~15秒とSLP法の約1/30できわめて能率的に最適解を決定している。またGD法では、初期値が大きく異なっても全く同一の最適解に収束し、この解法の安定性が確認されている。(文献1)参照)

2) たわみ制限を考慮する場合 支間長20m、桁高170cm、変断面数8の2径間連続桁の最適断面諸元がたわみ制限により決定される場合の計算例を表-2に示す。この桁のたわみ制限を考慮しない場合の最適解は

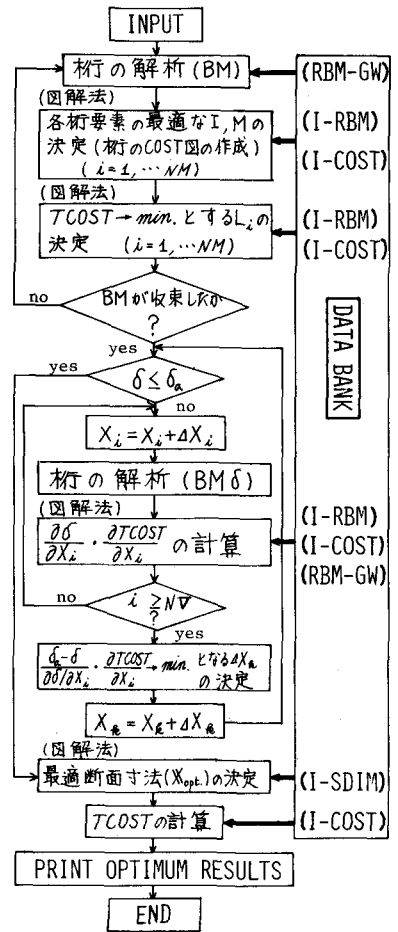


図-4 鋼I桁の図式最適設計法の流れ図

おける最大たわみ量は1.902cmであるが、許容たわみ量 δ_a を1.80cmに制限した場合の、式(5)より計算される各桁要素のMおよびIに対する $\frac{\delta_a - \delta}{\delta_a} \cdot \frac{TCOST}{\partial X}$ を表-2の第2行に示す。これらの影響係数を比較し、最も経済的にたわみを改良し得る設計変数として M_3 を決定することができる。そこで桁要素3の鋼種SM50をSS41と改良することにより I_3 が増大し、たわみ量は1.825cmに改良される。しかし δ_a を満足させるためにはさらに設計変数を改良する必要があり、改良解における式(5)の影響係数を求めると第3行に示す値を得、 M_3 について I_2 を改良するのが最も経済的となる。上記の M_3 および I_2 の改良により、 $\delta_a = 1.80$ cmを満足する最適解として表-2の第4行に示す解を得た。この最適解における実たわみ量と許容たわみ量との比 δ/δ_a は1.00となっている。次に δ_a を1.50cmと小さく制限した場合の最適解を表-2の第6~9行に示す。この場合には1回目の改良変数 M_3 は $\delta_a = 1.80$ cmの例と同様であるが、2回目の改良変数として I_2 ではなく M_2 を選択し最適解を得た。なおこの最適解における実たわみ量は $\delta = 1.409$ cmと $\delta_a = 1.50$ cmよりも余裕のある断面諸元を選択しているのに興味深い。

上記の2つの例のSLP法による解を表-2の5および9行に示す。たわみ制限が支配的となる最適設計問題では、IおよびLの組み合わせが多少異っても、TCOSTがほとんど変化しない解が数多く存在し、ここに示す例においても両方法の解におけるIおよびLの組み合わせが多少異なり、また例外的に $\delta_a = 1.80$ cmの場合、桁要素3の鋼種がSLP法による解と異なっているが、いずれの例においても最小製作費はほとんど一致し、本研究の方法により全域的な最適解が得られることが確かめられた。しかし先にも述べたように、たわみ制限を考慮しない場合にはGD法がSLP法の約1/20の計算時間で最適解を得ることができるのに対し、たわみ制限を考慮した場合には式(5)の影響係数の算定に時間を要し、一個の設計変数の改良で最適解を得る場合にはSLP法の約1/2、2個の場合にはほぼSLP法と等しい計算時間を要している。なお、この計算時間については多少改良の余地があり、さらに時間の短縮が期待される。

表-1 2.3径間連続桁の最適設計例 (たわみ制限なし)

Seg. No.	G D 法			S L P 法		
	M	L (cm)	I (cm ⁴)	M	L (cm)	I (cm ⁴)
1	SM50	285.0	697606	SM50	323.1	779103
2	50	618.8	1288148	50	725.7	1430407
3	50	1962.0	1712473	50	1997.0	1695642
4	50	2702.7	1136303	50	2683.0	1085665
5	58	3000.0	1431270	58	3000.0	1429441
TCOST			2,893,060 (yen)	2,891,515 (yen)		
CPU*			3 ~ 4 (sec)	60 ~ 100 (sec)		
Bridge Width=8.00m, Span Length=30m, Web Height=170cm P _g =17.955t, q _g =1.257t/m, q _d =2.300t/m (average)						
1	SS41	233.8	846592	SS41	248.8	888658
2	SM50	546.5	1238921	SM50	559.9	1250520
3	50	1805.6	1723537	50	1850.0	1700003
4	50	2501.5	1217830	50	2486.0	1217784
5	50	2812.5	2128666	50	2812.5	2180159
6	50	3153.5	2128666	50	3153.0	2180159
7	50	3898.8	1112415	50	3841.0	1159787
8	50	4500.0	1529952	50	4500.0	1486529
TCOST			4,224,079 (yen)	4,241,036 (yen)		
CPU*			10 ~ 15 (sec)	300 ~ 450 (sec)		
Bridge Width=8.00m, Bridge Length=90m, Web Height=190cm Span ratio = 1 : 1.20 : 1 P _g =18.042t, q _g =1.263t/m, q _d =2.030t/m (average) P _g =17.747t, q _g =1.242t/m, q _d =2.031t/m (average)						

* Calculated by HITAC 8800/8700

表-2 2径間連続桁の最適設計例 ($\delta_a = 1.80$ cm, 1.50cm) (I=cm⁴, L=cm)

No.	Method	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	I ₁	I ₂	I ₃	I ₄	δ (cm)	TCOST (yen)	CPU (sec)	
													$\frac{\delta_a - \delta}{\delta_a} \cdot \frac{TCOST}{\partial X} (\times 10^4)$
1	3-①, ②の方法による最適解	SM50	SM50	SM50	SM50	490037 L ₁ =283	858580 L ₂ =1312	569832 L ₃ =1793	935303 L ₄ =2000	1.902	1500459	1.9	
	GD法による最適解	SM50	SM50	SS41	SM50	491379 L ₁ =286	861823 L ₂ =1332	721103 L ₃ =1747	989798 L ₄ =2000	1.800	1514942	57.8	
	SLP法による最適解	SM50	SM50	SM50	SM50	551226 L ₁ =325	880230 L ₂ =1393	613508 L ₃ =1830	926119 L ₄ =2000	1.800	1515824	50~80	
	$\frac{\delta_a - \delta}{\delta_a} \cdot \frac{TCOST}{\partial X} (\times 10^4)$	1	2.97	5.58	1.28	8.98	-5.81	2.09	2.17	52.91	1.825		
2	GD法による最適解	SM50	SS41	SS41	SM50	608398 L ₁ =366	1204263 L ₂ =1372	729241 L ₃ =1804	897048 L ₄ =2000	1.409	1564914	55.1	
	SLP法による最適解	SM50	SS41	SS41	SM50	664825 L ₁ =412	1202627 L ₂ =1402	698886 L ₃ =1804	872962 L ₄ =2000	1.425	1564658	50~80	
	$\frac{\delta_a - \delta}{\delta_a} \cdot \frac{TCOST}{\partial X} (\times 10^4)$	1	11.73	5.58	5.06	35.50	-22.98	8.24	8.58	209.09	1.825		
		2	18.79	5.48	42.49	4.44	-4.64	6.44	-59.94	624.68	1.409		

BW = 8 m, SL = 20 m, WH = 170 cm, P_g = 14.364 t, q_g = 1.005 t/m, q_d = 2.231 t/m

(参考文献) 1) 大久保 稔・奥村 敏恵「円式解法による鋼1桁橋の最適設計」土木学会論文報告集, 第252号, 1976年8月, pp.23-34 2) 奥村 敏恵・大久保 稔「Suboptimizationによる鋼連続桁の最適設計」土木学会論文報告集, 第248号, 1975年7月, pp.1-4 3) 大久保 稔「トラス構造物の最適設計法に関する研究」土木学会論文報告集, 第177号, 1970年5月, pp.9-14 4) 日本道路協会「道路橋示方書・同解説」(昭和44年2月) 5) 日本橋梁建設協会・鉄骨橋梁協会編「鋼道橋断面計算表」(昭和47年度版) 6) 山縣 延樹・大久保 稔「桁高制限を有する鋼1桁橋の円式最適設計法(第2報)」土木学会第31回年次学術講演会概要集, 第1部, 昭和51年10月